PHYSICS SOLUTIONS (RAJPUR)

1. $\frac{R}{T^2} = \frac{u^2 \sin 2\theta \times g^2}{g \cdot 4u^2 \sin^2\theta} = \frac{g}{2}\cot\theta$, अर्थात्, $gT^2 = 2R\tan\theta$

   यदि T को दोगुना कर दिया जाये, तो R चार गुना हो जाता है।

2. D

3. $\Delta p = 2p\sin\theta = 2p\sin 30° = p$ अत: $\frac{\Delta p}{p} = 100\%$

4. उच्चतम बिन्दु पर स्थितिज ऊर्जाएँ, गतिज ऊर्जाओं में हानि के बराबर होती हैं, अर्थात्, $\frac{1}{2}mu^2$ तथा $\frac{1}{2}m(u\cos 60°)^2$ या $\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}mu^2$।

5. D

6. माना कि तात्कालिक वेग द्वारा क्षैतिज के साथ बनाया गया कोण α है। तब

$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{u\sin\theta - gt}{u\cos\theta}$$

   दिया है कि : $\alpha = 45°$, जब $t = 1$ सेकण्ड

   $\alpha = 0°$, जब $t = 2$ सेकण्ड

   इससे प्राप्त होता है : $u\cos\theta = u\sin\theta - g$

   $u\sin\theta - 2g = 0$

   हल करने पर प्राप्त होता है : $u\sin\theta = 2g$

   $u\cos\theta = g$

   इन्हें हल करने पर प्राप्त होता है: $u = \sqrt{5}\,g = 10\sqrt{5}$ मी/से

7. D 8. A 9. A

10. D

11. निशानेबाज को लक्ष्य से थोड़ा ऊपर निशाना साधना चाहिए, क्योंकि प्रक्षेप्य का पथ परवलयाकार होता है।

12. $u_H = 16\cos 60° = 8$ मी/से

   दीवार तक पहुँचने में लगा समय $= \frac{8}{8} = 1$ सेकण्ड

   अब $u_v = 16\sin 60° = 8\sqrt{3}$ मी/से

   $\therefore \quad h = 8\sqrt{3}\times 1 - \frac{1}{2}\times 9.8\times 1$

   $= 13.86 - 4.9 = 8.956 \simeq 8.96$ मीटर

13. B

14. टुकड़ा मूल पत्थर के साथ-साथ उड़ेगा, क्योंकि दोनों का क्षैतिज वेग समान है।

15. जब किसी प्रक्षेप्य को क्षैतिज से θ अथवा $(90° - \theta)$ कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है, तो क्षैतिज परास समान रहता है। क्षैतिज परास अधिकतम होता है जब प्रक्षेपण-कोण 45° हो।

16. B

17. $t = \frac{2u\sin\theta}{g} = \frac{2\times 20\times\sin 30°}{10} = 2$ सेकण्ड

   अब हम गेंद द्वारा जमीन से टकराने में लिये गये कुल समय की गणना करेंगे। $s = ut + \frac{1}{2}gt^2$ के प्रयोग से हम प्राप्त करते हैं—

$$40 = -10t' + \frac{1}{2}\times 10\times (t')^2$$

   $[\because\ u = -20\sin 30° = -10$ मी/से$]$

   $\therefore 5(t')^2 - 10t' - 40 = 0$

   हल करने पर, $t = 4$ सेकण्ड

   $\therefore \quad \frac{t'}{t} = \frac{4 \text{ सेकण्ड}}{2 \text{ सेकण्ड}} = \frac{2}{1}$

18. $H_{\text{अधिकतम}} = \frac{u^2\sin^2\theta}{2g}$; $T = \frac{2u\sin\theta}{g}$

$$\frac{H_{\text{अधिकतम}}}{T^2} = \frac{u^2\sin^2\theta}{2g}\times\frac{g^2}{4u^2\sin^2\theta} = \frac{g}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

19. A

20. $H = \frac{u^2\sin^2\theta}{2g}$ या $80 = \frac{u^2\sin^2\theta}{2\times 10}$ या $u^2\sin^2\theta = 1600$

   या $u\sin\theta = 40$ मी/से

   क्षैतिज वेग $= u\cos\theta = at = 3\times 30 = 90$ मी/से

   $\frac{u\sin\theta}{u\cos\theta} = \frac{40}{90}$ या $\tan\theta = \frac{4}{9}$ या $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4}{9}\right)$

21. $h = (u\sin\theta)\,t - \frac{1}{2}gt^2$; $d = (u\cos\theta)\,t$ या $t = \frac{d}{u\cos\theta}$

   $\therefore\ h = u\sin\theta\cdot\frac{d}{u\cos\theta} - \frac{1}{2}g\cdot\frac{d^2}{u^2\cos^2\theta}$

   $\therefore\ u = \frac{d}{\cos\theta}\sqrt{\frac{g}{2(d\tan\theta - h)}}$

22. B

23. B

24. दिया है $\frac{\sqrt{3}}{2u} = u\cos\theta =$ अधिकतम ऊँचाई पर चाल

   $\therefore\quad \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ या $\theta = 30°$

   दिया है $PH_{\text{अधिकतम}} = R$

   हम जानते हैं, $H_{\text{अधिकतम}} = \frac{R\tan\theta}{4}$

   $\therefore\quad P = \frac{4}{\tan\theta} = \frac{4}{\tan 30°} = 4\sqrt{3}$

25. B

26. C

27. $\theta_1 = 30°$, $\theta_2 = 60°$

   $H = \frac{u^2\sin^2\theta}{2g}$, अर्थात् $H \propto \sin^2\theta$

   $\therefore\quad \frac{H_1}{H_2} = \frac{\sin^2\theta_1}{\sin^2\theta_2} = \frac{\sin^2 30°}{\sin^2 60°} = \frac{(1/2)^2}{(\sqrt{3}/2)^2} = \frac{1}{3}$

28. हम जानते हैं कि प्रक्षेप्य के उच्चतम बिन्दु पर वेग का ऊर्ध्वाधर घटक शून्य हो जाता है, जबकि क्षैतिज घटक नियत रहता है और गुरुत्वीय त्वरण सदैव ऊर्ध्वाधरत: नीचे की ओर क्रियाशील रहता है। इस प्रकार, किसी प्रक्षेप्य के उच्चतम बिन्दु पर इसका वेग तथा त्वरण 90° के कोण पर होते हैं।

29. $v_y = v_0\cos\theta = 20\cos\theta$; $v_x = v_0\sin\theta = 20\sin\theta$

   गेंद का उड्डयन काल है :

$$T = \frac{2v_y}{g} = \frac{40\cos\theta}{10} = 4\cos\theta \quad \ldots(1)$$

   इस समय में गेंद का, क्षैतिज दिशा में, विस्थापन शून्य होना चाहिए, अर्थात्

$$0 = v_xT - \frac{1}{2}a_xT^2$$

   इससे प्राप्त होता है :

$$T = \frac{2v_x}{a_x} = \frac{(20\sin\theta)\times 2}{4} = 10\sin\theta \quad \ldots(2)$$

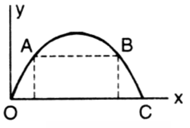
   समीकरण (1) व (2) से,

   $4\cos\theta = 10\sin\theta$

   $\therefore\quad \tan\theta = \frac{4}{10} = 0.4$

30. $t_{OA} = t_{BC}$

$\therefore \quad t_{OA} + t_{OB} = t_{BC} + t_{OB} = T$



31. $K_{\text{न्यूनतम}} = \frac{1}{2} m (u \cos \theta)^2 = \frac{1}{2} m u_x^2$ (उच्चतम बिन्दु पर)

अर्थात् , $K_{\text{न्यूनतम}} \propto u_x^2$

दिया है: $\frac{(K_{\text{न्यूनतम}})_1}{(K_{\text{न्यूनतम}})_2} = \frac{4}{1}$; $\therefore \frac{u_{x_1}}{u_{x_2}} = \frac{2}{1}$

इसी प्रकार, अधिकतम ऊँचाई, $H = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g} = \frac{u_y^2}{2g}$

या $H \propto u_y^2$

दिया है : $\frac{H_1}{H_2} = \frac{4}{1}$, या. $\frac{u_{y_1}}{u_{y_2}} = \frac{2}{1}$

अब $R = \frac{2u^2 \sin \theta \cos \theta}{g} = \frac{2u_x u_y}{g}$

$\therefore \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{u_{x_1}}{u_{x_2}} \times \frac{u_{y_1}}{u_{y_2}} = \left(\frac{2}{1}\right)\left(\frac{2}{1}\right) = \frac{4}{1}$

32. तल के लम्बवत् वेग का घटक समान रहता है (विपरीत दिशा में), अर्थात् $u \sin \theta = 20 \sin 30° = 10$ मी/से

33. $y = ax - bx^2$

ऊँचाई अथवा h के अधिकतम मान के लिये—

$\frac{dy}{dx} = 0$ या $a - 2bx = 0$ या $x = \frac{a}{2b}$

(i) $y_{\text{अधिकतम}} = a\left(\frac{a}{2b}\right) - b\left(\frac{a}{2b}\right)^2 = \frac{a^2}{4b}$

(ii) $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=0} = a = \tan \theta_0, \ \therefore \theta_0 = \tan^{-1}(a)$

(जहाँ θ_0 = प्रक्षेपण-कोण)

34. माना θ में प्रक्षेपण-कोण है तथा u इसका प्रारम्भिक वेग है। तब अधिकतम ऊँचाई होगी—

$$H = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g} \quad \text{या} \quad gH = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2}$$

अब $v_H = u \cos \theta$ या $v_H^2 = u^2 \cos^2 \theta$ ... (1)

$$v_{H/2} = u^2 - 2g\frac{H}{2} = u^2 - gH = u^2 - \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2} \quad \ldots (2)$$

यह दिया है कि : $v_H = \sqrt{\frac{2}{5}} v_{H/2}$ या $v_H^2 = \frac{2}{5} v_{H/2}^2$

समीकरण (1) व (2) से, $u^2 \cos^2 \theta = \frac{2}{5}\left[u^2 - \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2}\right]$

या $5 \cos^2 \theta = 2\left[1 - \frac{\sin^2 \theta}{2}\right]$

या $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ या $\theta = 60°$

35. उड़ान का कुल समय है $T = 4$ सेकण्ड

यदि इसका प्रारम्भिक वेग u है तथा प्रक्षेपण-कोण θ है, तब

$$T = \frac{2u \sin \theta}{g} = 4 \quad \text{या } u \sin \theta = 2g \quad \ldots(1)$$

1 सेकण्ड पश्चात्, दूसरा वेग सदिश क्षैतिज से 45° का कोण बनाता है, अर्थात् $v_x = v_y$

या $u \cos \theta = u \sin \theta - gt$ या $u \cos \theta = 2g - g$ $(\because t = 1)$

या $u \cos \theta = g$ ... (2)

समीकरण (1) व (2) का वर्ग करके जोड़ने पर

$u^2 = 5g^2 = 5(10)^2$ मी/से

$\therefore \quad u = 22.36$ मी/से

समीकरण (1) को (2) से भाग देने पर :

$\tan \theta = 2$ या $\theta = \tan^{-1}(2)$

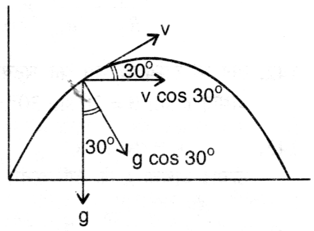
36. माना, जब कण क्षैतिज से 30° का कोण बनाता है इसका वेग v है।

तब, $v \cos 30° = u \cos 60°$

या $v = \frac{u \cos 60°}{\cos 30°}$

$= \frac{(20)(1/2)}{(\sqrt{3}/2)} = \frac{20}{\sqrt{3}}$ मी/से

अब, $g \cos 30° = \frac{v^2}{R}$



चित्र 3.34

या $R = \frac{v^2}{g \cos 30°} = \frac{(20\sqrt{3})^2}{10(\sqrt{3}/2)} = 15.4$ मीटर

37. दोनों कणों के वेगों के ऊर्ध्वाधर दिशा में घटक बराबर हैं। इसलिये उनके उड्डयन काल बराबर हैं तथा उनकी आपेक्षिक गति केवल क्षैतिज दिशा में है। इस प्रकार उनके बीच की अधिकतम दूरी, उनके क्षैतिज परासों में अन्तर के बराबर है।

$$R_1 = \frac{(20)^2 \sin 60°}{g} = \frac{400\sqrt{3}}{10 \times 2} = 34.64 \text{ मीटर}$$

$$R_2 = \frac{(20/\sqrt{3})^2 \sin 120°}{g} = \frac{400 \times \sqrt{3}}{10 \times 3 \times 2} = 11.55 \text{ मीटर}$$

$\therefore S_{\text{अधिकतम}} = R_1 - R_2 = 23.09$ मीटर

38. $\tan \theta = \frac{u \sin \theta}{u \cos \theta} = \frac{2}{1}$

अभीष्ट समीकरण है : $y = x \tan \theta - \frac{gx^2}{2u^2 \cos^2 \theta}$

$$= x \times 2 - \frac{10x^2}{2(\sqrt{2^2 + 1^2})^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2}$$

या $y = 2x - 5x^2$

39. $v^2 = u^2 - 2gh$

या $u^2 = v^2 + 2gh$, या $u_x^2 + u_y^2 = v_x^2 + v_y^2 + 2gh$

चूँकि $v_x = u_x$, $\therefore u_y^2 = v_y^2 + 2gh$

या $u_y^2 = (2)^2 + 2 \times 10 \times 0.4 = 12$, $\therefore u_y = \sqrt{12}$ मी/से

तथा $u_x = v_x = 6$ मी/से

$\therefore \quad \tan \theta = \frac{u_y}{u_x} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, या $\theta = 30°$

40. औसत वेग = $\frac{\text{विस्थापन}}{\text{समय}}$

$$v_{\text{औसत}} = \frac{\sqrt{H^2 + \frac{R^2}{4}}}{T/2} \quad \ldots (1)$$

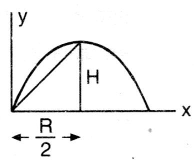
यहाँ, H = अधिकतम ऊँचाई

$= \frac{v^2 \sin^2 \theta}{2g}$

R = परास = $\frac{v^2 \sin 2\theta}{g}$

तथा T = उड्डयन काल = $\frac{2v \sin \theta}{g}$

$\therefore v_{\text{औसत}} = \frac{v}{2}\sqrt{1 + 3\cos^2 \theta}$



चित्र 3.35

41. $T = \dfrac{2u_y}{g}$, $H = \dfrac{u_y^2}{2g}$ तथा $R = u_x T$

जब प्रक्षेप्य को क्षैतिज त्वरण भी दिया जाता है, तो u_y, T तथा H अपरिवर्तित रहेंगे जबकि परास का मान हो जायेगा—

$$R' = u_x T + \frac{1}{2} aT^2 = R + \frac{1}{2} \frac{g}{4} \left(\frac{4u_y^2}{g^2} \right) = R + H$$

42. t_{AB} = प्रक्षेप्य का उड्डयन काल $= \dfrac{2u \sin(\alpha - 30°)}{g \cos 30°}$

अब वेग का तल के अनुदिश घटक, बिन्दु B पर, शून्य हो जाता है।

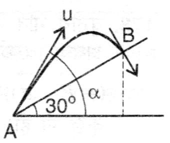
$\therefore 0 = u \cos(\alpha - 30°) - g \sin 30° \times T$

या $u \cos(\alpha - 30°)$

$$= g \sin 30° \times \frac{2u \sin(\alpha - 30°)}{g \cos 30°}$$

या $\tan(\alpha - 30°) = \dfrac{\cot 30°}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \quad \alpha = 30° + \tan^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$



43. वेग का क्षैतिज घटक, $u_H = u \cos 60° = \dfrac{u}{2}$

$\therefore \quad AC = u_H \times t = \dfrac{ut}{2}$

तथा $\quad AB = AC \sec 30° = \left(\dfrac{ut}{2}\right)\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right) = ut / \sqrt{3}$

44. प्रक्षेप्य को (30 मी, 40 मी) से गुजरने के लिये,

$$40 = 30 \tan \alpha - \frac{g(30)^2}{2u^2}(1 + \tan^2 \alpha)$$

या $\quad 900 \tan^2 \alpha - 6u^2 \tan \alpha + (900 + 8u^2) = 0$

α के वास्तविक मान के लिये,

$$(6u^2)^2 \geq 3600(900 + 8u^2)$$

या $\quad (u^4 - 800 u^2) \geq 90000$

या $\quad (u^2 - 400)^2 \geq 250000$

या $\quad u^2 \geq 900$

या $\quad u \geq 30$ मी/से

45. बिन्दु P के निर्देशांक हैं $(R, -h)$

अतः $\quad -h = R \tan \theta - \dfrac{gR^2}{2(2ga)}(1 + \tan^2 \theta)$

या $\quad R^2 \tan^2 \theta - 4aR \tan \theta + (R^2 - 4ah) = 0$

θ के वास्तविक मान के लिये,

$(4aR)^2 \geq 4R^2(R^2 - 4ah)$

या $\quad 4a^2 \geq (R^2 - 4ah)$

या $\quad R^2 \leq 4a(a + h)$

या $\quad R \leq 2\sqrt{a(a + h)}$

$\therefore \quad R_{\text{अधिकतम}} = 2\sqrt{a(a + h)}$